SOBRE LA ANALOGÍA LEY DE OHM – ESTIMA DEL FLUJO DE UN ESCALAR

Castellvi, Francesc [1], Mormeneo, Inés [1]
[1]*Dpto. Medio Ambiente y Ciencias del Suelo. Universidad de Lleida, España.*
[2] *Dpto. de Agronomía, UNS, 8000 Bahía Blanca, Argentina.*

E-mail: **f-castellvi@macs.udl.cat**

Palabras clave: Turbulencia, Flujo de un escalar.

INTRODUCCIÓN

En cursos o manuales introductorios a la micrometeorología es común introducir el método aerodinámico mediante la analogía con la ley de Fick o la de Ohm (Foken, 2008). Entre otras razones, diríase que un lector interesado en aprender procesos de transporte de escalares conoce la ley de Ohm. No obstante, la similitud ‘resolución de circuitos eléctricos - método aerodinámico’ pudiera ser la causa de que pasen *desapercibidos* aspectos cruciales en la comprensión de la estructura de la turbulencia. Este trabajo tiene como objetivo identificar un aspecto que pudiera pasar *desapercibido* dentro del concepto de régimen estacionario y crear una posterior confusión. Para ello, el trabajo se ha estructurado como sigue. En Materiales y Métodos, se introducen tres ecuaciones fundamentales de la difusión molecular (Leyes de Fick y conservación de un escalar). Con la finalidad de reducir definiciones y detalles, directamente se presenta la analogía ‘ley de Ohm integrada para una corriente estacionaria – método aerodinámico’ para una superficie homogénea y extensa, y para un régimen turbulento con altos números de Peclet. En consecuencia, en adelante se asume que el flujo de un escalar es predominantemente vertical (dirección z). Se presenta una ecuación alternativa para la estima del flujo de un escalar basada en la propia definición de flujo y se plantea una cuestión. En Resultados y Discusión se expone una posible explicación.

MATERIALES Y MÉTODOS

Ley de Fick. Dado un medio fluido, una distribución espacial heterogénea de concentración de un escalar, *c*, crea un flujo, *Fc*, en sentido contra-gradiente que homogeneiza *c* en el medio. Para un flujo unidireccional se tiene la siguiente relación:

$$F_c + D\,\partial c/\partial z = 0 \qquad (1a)$$

D es el coeficiente de difusión en el medio. Integrando (1a) entre dos puntos z_A y z_B durante un periodo en que *Fc* es constante se tiene

$$\left(c_{zB} - c_{zA}\right) = r\,F_c \qquad (1b)$$

r es una cantidad que mide la resistencia que ofrece el medio al flujo, $r = \int_{z_A}^{z_B} \frac{\partial z}{D}$.

Conservación de un escalar. Dado un volumen control, V, exento de fuentes, establece que el ritmo en que varía *c* en V es igual al gradiente del flujo en la superficie de V,

$$\partial c/\partial t + \partial F_c/\partial z = 0 \qquad (2)$$

Ecuación de difusión (segunda ley de Fick). Combinando (1a) y (2) resulta

$$\partial c/\partial t + \partial^2 c_c/\partial^2 z = 0 \qquad (3)$$

La analogía. En un circuito supuestamente estacionario durante un periodo, □, la ley de Ohm establece que la diferencia de potencial electrostático, *ddp*, entre los puntos A y B unidos por un conductor es proporcional a la intensidad de corriente, *I*,

$$ddp = R\,I \qquad (4)$$

R es la resistencia entre A y B. La similitud entre (1b) y (4) es manifiesta.
El método aerodinámico determina entre z_A y z_B el promedio de *Fc* (definido positivo hacia la atmósfera, y viceversa) en □ mediante la expresión,

$$F_c = \left(c_{zB} - c_{zA}\right)/r_a \qquad (5)$$

[Nótese que para el calor sensible es, *c* = □ *Cp*T, siendo □ la densidad del aire, *Cp* la capacidad calorífica a presión constante y T la temperatura del aire]. En (5), r_a es la resistencia aerodinámica (resistencia que ofrece el estrato de espesor (z_B-z_A) al transporte de *c* durante □)). Puesto que (4) es más familiar que (1b), en general se introduce (5) invocando similitud con la ley de Ohm [La expresión para r_a puede encontrarse en cualquier manual (Foken, 2008)]. Con respecto a □, típicamente se toma □=30 min. Se asume que durante este periodo todas las escalas del régimen turbulento han contribuido a *Fc* en unas condiciones (radiación neta, Rn, perfil de viento, etc.) no muy cambiantes, es decir, estacionarias. Pasados otros 30 min, Rn, perfiles de viento, temperatura, humedad, etc., varían de forma que se tiene otro régimen turbulento (cambia la *R* del circuito) y hay otra distribución espacial de *c* (cambia la *ddp* del circuito). El concepto de régimen estacionario cada 30 min es bastante intuitivo. Tomando como ejemplo la temperatura (quizás, sea el escalar más familiar), uno asentaría que para intervalos de tiempo, Δt , es $\frac{\Delta T_{(z,t)}}{\Delta t} \cong 0$

(*z* es fijo) para Δt = 1, 2,..min, pues la variación de *T* en un punto promediada cada 1, 2, min con respecto a 60, 120, s es muy pequeña. La intuición nos diría que la variable *T* básicamente depende de *z* conduciéndonos a la definición de variable estacionaria. Subsecuentemente, el concepto de régimen estacionario nos conduce a la comprensión de que la capa atmosférica es de *flujo constante*. Nótese que los procesos de difusión molecular son irrelevantes con respecto a los turbulentos y bajo la hipótesis de homogeneidad horizontal la forma de (2) es válida para régimen turbulento, y que $Fc \approx 0$ o que $(c_{zB} - c_{zA}) \approx 0$ es una solución particular de (3) [perfil neutro].

Ecuación alternativa para estimar Fc. A partir de la definición de flujo, $F_c = \frac{\Delta m_c}{\Delta S \, \Delta t}$ (Δm_c denota la masa de una partícula de aire moviéndose en la dirección *z* y cuyo volumen por unidad de área es Δz), se tiene,

$$F_c = \Delta z \frac{c}{\Delta t} \equiv z_A \frac{\Delta c_A}{\Delta t} \equiv z_B \frac{\Delta c_B}{\Delta t} \qquad (6)$$

Las dos últimas igualdades (derecha) es una integración que debe interpretarse de la siguiente forma (Castellvi, 2010). Una partícula de volumen por unidad de área z_A (o z_B) que inicialmente tiene una concentración *c* desciende hacia la superficie manteniendo contacto con esta durante un tiempo. Al mantener la partícula contacto con las fuentes o sumideros (suelo-vegetación) varia *c*. Durante el periodo de contacto procesos de difusión mezclan el escalar tendiendo a uniformizar la partícula. Por continuidad, pasado dicho periodo, otra partícula desciende y la reemplaza. La partícula una vez enriquecida (empobrecida) de escalar, al ser reemplazada adquiere un movimiento ascensional creando *Fc* en z_A (z_B, etc.).

Planteamiento de la cuestión. Supongamos una superficie extensa de gramíneas de 0.2 m de altura y z_A = 0.75 m (z_B = 1.0 m, ..). Para determinar $\frac{\Delta c_{(z,t)}}{\Delta t}$ en dicho volumen deberíamos tomar muestras de *c* a diferentes alturas, para *n* intervalos de tiempo Δt (= τ/*n*), y hacer el promedio. Para simplificar el problema, supongamos que los procesos de difusión perfectamente uniformizan el escalar dentro de la partícula y de forma instantánea. Entonces, $\frac{\Delta c_{(z,t)}}{\Delta t}$ puede medirse a una única altura. Aplicando el concepto de régimen estacionario que de forma intuitiva hemos adquirido en la analogia, por ejemplo, Δt = 0.5, 1.0,.. min, para la variable *T* se tendría $\frac{\Delta T_{(z,t)}}{\Delta t} \cong 0$.

El promedio para 30 min. sería tan pequeño, que aunque $\rho Cp \approx 1213$ J $K^{-1} m^{-3}$ siempre podríamos considerar el flujo de calor sensible despreciable. ¿Por qué se llega a esta confusión?.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La turbulencia en la capa atmosférica superficial (especialmente a altos números de Reynolds) no es completamente caótica, tiene un *cierto grado* de organización. El movimiento que introduce dicha organización se denomina estructura coherente, la cual puede *visualizarse* como un *patrón* en la serie temporal de un escalar medido a alta frecuencia. Dicho patrón se *manifiesta* como una función en diente de sierra, véase la Fig. 1. Cada diente queda definido por una amplitud, *A*, y una duración, τ. Si asumimos que el diente se repitiera *N* veces en secuencia durante 30 min. (base del patrón), la variable sería estacionaria para intervalos de tiempo Δt = *n* τ (*n* = 1, 2 ..N, siendo $N\tau$ = 30 min. [Nótese que *N* es el número de partículas renovadas]. Así pues, en (6), $\frac{\Delta c_{(z,t)}}{\Delta t}$ debe determinarse como $\frac{\Delta c_{(z,t)}}{\Delta t} = \frac{A}{\tau}$ [siendo *A* y τ los promediados en 30 min.]. *A* representa el enriquecimiento de escalar de una partícula durante el período de contacto, τ, con la superficie (Castellvi, 2010). Este nuevo concepto de variable estacionaria no invalida el descrito anteriormente, y es más realista [para el cálculo de *A* y τ se usa una serie temporal que es una medida directa de la turbulencia].

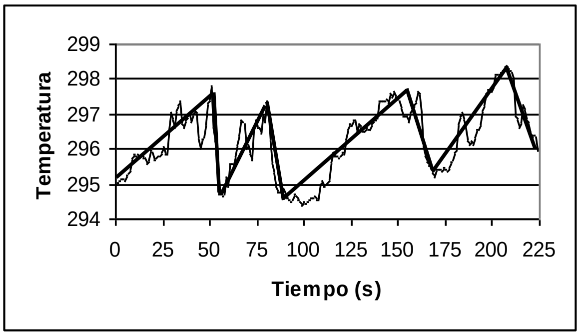

Figura 1. T(K) medida a 10 Hz sobre rye-grass de 0.1m a *z* = 1 m. Cada diente de sierra (línea gruesa) evidencia una estructura coherente.

AGRADECIMIENTOS

Proyecto CGL2009-12797-C03-01 Ministerio de Ciencia y Tecnología (MICYT) de España.

REFERENCIAS

Castellví, F. 2010. Estimation of scalar surface fluxes using Surface Renewal analysis. Overview and case study over natural grassland. Cap. 7 en *Horizons in Earth Science Research*. Nova Science Pub. Inc. New York, NY. ISBN: 978-1-60741-221-2

Foken, T. 2008. Micrometeorology. Springer-Verlag. Berlin. ISBN: 978-3-540-74666-9